

Concursul de Matematică
„Nicanor Moroșan” - Pîrteștii de Jos
Ediția a XVII-a
05.04.2025

Clasa a VIII – a

1. Fie expresia:

$$E(x) = \left(\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{1-x}{x^2+x} \right) : \frac{2x+4}{x^3-x^2-6x}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 0; 3\}.$$

- a) Arătați că: $x^3 - x^2 - 6x = x(x+2)(x-3)$; (2 puncte)
- b) Arătați că: $E(x) = x - 3$; (3 puncte)
- c) Determinați cardinalul mulțimii A, unde $A = \{n \in \mathbb{Z} / E(n) \geq n^2 - 3n\}$. (2 puncte)

2. a) Arătați că numărul $A = \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} + 1$ este un număr rațional, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$; (4 puncte)
- b) Știind că $a^2 + b^2 - 4a\sqrt{3} - 6b\sqrt{2} + 30 = 0$, calculați valoarea produsului $\sqrt{6} \cdot a \cdot b$. (3 puncte)
3. În prisma triunghiulară regulată ABCDEF, latura bazei este $AB = 16\text{cm}$, iar înălțimea este $AD = 8\sqrt{3}\text{cm}$. Dacă M este mijlocul laturii BC, calculați:
- a) Distanța de la F la AM. (3 puncte)
- b) Calculați măsura unghiului diedru format de planele (FAM) și (ABC). (4 puncte)
4. Piramida patrulateră regulată VABCD, are $AB = VA = 12\text{cm}$. Calculați:
- a) Calculați aria secțiunii axiale VAC. (2 puncte)
- b) Măsura unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei. (3 puncte)
- c) Determinați $d(A; (VBC))$. (2 puncte)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.